

2 ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА

Основные законы и формулы

2.1 Второй закон Ньютона

$$\vec{F}dt = d(m\vec{v}) = d\vec{p},$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела, $\vec{F}dt$ - импульс силы.

2.2 Если масса m постоянна, то

$$F = \frac{mdv}{dt} = ma$$

2.3 Сила упругости (k -жесткость пружины; x - абсолютная деформация)

$$F = -kx$$

2.4 Сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g}, \quad P = mg$$

2.5 Сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

2.6 Сила трения

$$F_{тр} = kN, \quad \text{где } N \text{ - сила нормального давления}$$

2.7 Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$$

2.8 Работа переменной силы F на пути S

$$A = \int_s F_s dS = \int_s F \cos \alpha dS$$

2.9 Для постоянной силы

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$$

2.10 Мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

2.11 Кинетическая энергия движущегося тела

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

2.12 Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h

$$E = m \cdot g \cdot h$$

2.13 Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$E_n = \frac{\kappa x^2}{2}$$

2.14 Закон сохранения механической энергии

$$E_k + E_n = E = const$$

2.2 Примеры решения задач

Задача 1. Две гири, имеющие массы $m_1=3\text{кг}$ и $m_2=6,8\text{кг}$, висят на концах нити, перекинутой через неподвижный блок. Легкая гиря находится на 2м ниже тяжелой. Гири пришли в движение без начальной скорости. Через какое время они окажутся на одной высоте?

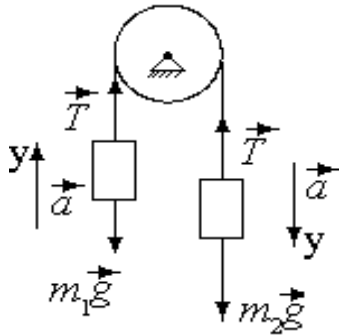
Решение.

$$m_1=3\text{кг}$$

$$m_2=6,8\text{кг}$$

$$h=2\text{м}$$

$$t - ?$$



Если не учитывать растяжение нити, то можно считать, что в каждый момент времени грузы на ее концах имеют одинаковые по модулю ускорения. Если пренебречь трением на блоке, то можно считать силы натяжения T нити одинаковыми в любом ее сечении.

Запишем для первого груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m_1\vec{g} + \vec{T} = m_1\vec{a}$$

Проецируя силы и ускорение на ось y , направленную так же как ускорение груза m_1 , получаем:

$$T - m_1g = m_1a \quad (1)$$

Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме для второго груза:

$$m_2\vec{g} + \vec{T} = m_2\vec{a}.$$

Проецируем силы и ускорение на ось y , направление которой совпадает с направлением ускорения второго груза, получаем:

$$m_2g - T = m_2a \quad (2)$$

(Положительное направление оси каждого груза разное и его удобнее выбирать в направлении ускорения тел).

Сложим почленно уравнения (1) и (2):

$$m_2g - m_1g = (m_1 + m_2)a,$$

откуда

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

В момент времени t обе гири окажутся на одной высоте $h_1 = h_2 = \frac{h}{2}$

Из формулы $h_1 = \frac{at^2}{2}$ найдем: $t = \sqrt{\frac{2h_1}{a}} = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2)}{(m_2 - m_1)g}}$

Анализ единиц: $[t] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2}} = \sqrt{\text{с}^2} = \text{с}$

Вычисления: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot (6,8 + 3)}{(6,8 - 3) \cdot 9,8}} = 0,73 \text{ с}$

Ответ: $t = 0,73 \text{ с}$.

Задача 2. Шарик массой 300 г, привязанный нитью к подвесу, описывает в горизонтальной плоскости окружность, имея постоянную скорость. Определить скорость шарика и период его вращения по окружности, если длина нити 1 м, а ее угол с вертикалью составляет 30° .

Решение.

$m=300\text{г}=0,3\text{кг}$	На шарик действуют сила натяжения F_H и сила тяжести mg . Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме: $\vec{F}_H + m\vec{g} = m\vec{a}$
$l=1\text{м}$	
$\alpha = 30^\circ$	
$-? T-?$	

Спроецируем уравнение на оси x и y :

$$F_H \sin \alpha = ma_x \quad (1)$$

$$-mg + F_H \cos \alpha = ma_y \quad (2)$$

Учитывая, что $a_x = a_H^2/R$, $a_y=0$, $R = l \cdot \sin \alpha$ и подставляя выражения для a_x , a_y , R в уравнения (1) и (2), получим

$$F_H \sin \alpha = \frac{mv^2}{R} = \frac{mv^2}{l \cdot \sin \alpha} \quad (3)$$

$$F_H \cos \alpha = mg \quad (4)$$

Разделив почленно уравнение (3) на уравнение (4),

найдем
$$v = \sqrt{\frac{gl}{\cos \alpha}} \sin \alpha.$$

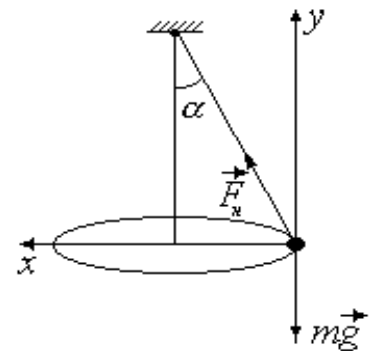
При равномерном движении шарика его период вращения

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot l \cdot \sin \alpha}{v}$$

Анализ единиц: $[v] = \left[\sqrt{\frac{m}{c^2} \cdot m} = \sqrt{\frac{m^2}{c^2}} \right] = \frac{m}{c}$, $[T] = \left[\frac{m}{m/c} \right] = c$.

Вычисления: $v = 0,5 \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1}{0,87}} = 1,7 \text{ м/с}$, $T = \frac{6,28 \cdot 1 \cdot 0,5}{1,7} = 1,9 \text{ с}$.

Ответ: $v = 1,7 \text{ м/с}$, $T = 1,9 \text{ с}$.



Задача 3. Шар массой 4кг движется со скоростью 5м/с и сталкивается с шаром массой 6кг, который движется ему навстречу со скоростью 2м/с. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

Решение.

$m_1=4\text{кг}$ $v_1=5\text{м/с}$ $m_2=6\text{кг}$ $v_2=2\text{м/с}$ $A=?$	Работа, совершаемая при деформации шаров, равна изменению кинетической энергии шаров: $A = \Delta E_k = E_k - E_k'$ (1) где $E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$ - суммарная кинетическая энергия шаров до
---	--

удара, $E_k' = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$ - кинетическая энергия шаров после удара. Скорость u шаров найдем по закону сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

Так как шары движутся навстречу друг другу, то $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$,

откуда
$$u = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)}{m_1 + m_2}$$

Найдем
$$E_k' = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Подставляя выражения для E_k и E_k' в уравнение (1), получим:

$$A = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Анализ единиц: $[A] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$.

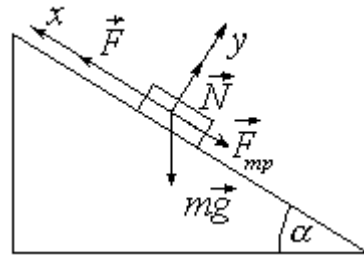
Вычисления:
$$A = \frac{4 \cdot 25}{2} + \frac{6 \cdot 4}{2} - \frac{(4 \cdot 5 - 6 \cdot 2)^2}{2 \cdot (4 + 6)} = 58,8 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 58,8 \text{ Дж}$.

Задача 4. Груз массой 100кг поднимают по наклонной плоскости длиной 3м, угол её наклона к горизонту 30^0 , коэффициент трения 0,1, ускорение при подъеме 1м/с^2 . У основания наклонной плоскости груз находился в покое. Определить работу подъема груза по наклонной плоскости и среднюю мощность подъемного устройства.

Решение.

$m=100\text{кг}$ $l=3\text{м}$ $k=0.1$ $a=1\text{м/с}^2$ $A=? \langle P \rangle=?$	На груз, движущейся по наклонной плоскости действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила тяги \vec{F} , сила нормальной реакции \vec{N} , сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$.
--	--



Запишем для груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$ и проецируя его на оси x и y , получим

$$-mg \cdot \sin\alpha + F - F_{\text{тр}} = ma \quad (1)$$

$$-mg \cdot \cos\alpha + N = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (1) находим $F = ma + mg \cdot \sin\alpha + F_{\text{тр}}$.

Из уравнения (2) находим $N = mg \cdot \cos\alpha$.

Т.к. $F_{\text{тр}} = k \cdot N = k \cdot mg \cdot \cos\alpha$, то $F = ma + mg \cdot \sin\alpha + k \cdot mg \cdot \cos\alpha$,

или $F = m \cdot (a + g \sin\alpha + k g \cos\alpha)$

Найдем работу по подъему груза $A = F \cdot l = m \cdot l \cdot (a + g \sin\alpha + k \cdot g \cdot \cos\alpha)$

Средняя мощность подъемного устройства $\langle P \rangle = \frac{A}{t}$

Время t подъема груза найдем из уравнения равноускоренного движения

$$l = \frac{at^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \quad \text{и} \quad \langle P \rangle = \frac{A}{\sqrt{\frac{2l}{a}}} = A \sqrt{\frac{a}{2l}}$$

Анализ единиц: $[A] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = \text{Дж}$, $[P] = [\text{Дж} \cdot \sqrt{\frac{\text{м/с}^2}{\text{м}}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$

Вычисления: $A = 100 \cdot 3 \cdot (1 + 9,8 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,87) \approx 2026 \text{ Дж}$.

$$\langle P \rangle = 2026 \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 3}} = 827 \text{ Вт}$$

Ответ: $A = 2026 \text{ Дж}$, $\langle P \rangle = 827 \text{ Вт}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А1 Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
	c	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
	R'	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (0,00055 а.е.м.)
Масса покоя протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00728 а.е.м.)
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00867 а.е.м.)
Масса покоя α -частиц	m_α	$6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (4,00149 а.е.м.)

Таблица А2 Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

1 л = 10^{-3} м³
1 атм = $1,01 \cdot 10^5$ Па

1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
1 Å = 10^{-10} м

1 мм.рт.ст. = 133 Па

Таблица А3 Молярная масса, эффективный диаметр молекул некоторых газов

Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м	Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м
Водород	2	2,3	Аргон	40	3,5
Гелий	4	1,9	Воздух	29	2,7
Азот	28	3,0	Углекислый газ	44	
Кислород	32	2,7	Пары воды	18	3,0
Неон	20				

Таблица А4 Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость ϵ	Вещество	Проницаемость ϵ
Вода	81	Слюда	7
Парафин	2	Кварц	4,5
Стекло	7	Воск	3

Таблица А5 Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Свинец	$2,2 \cdot 10^{-8}$

Таблица А6 Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,44
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица А7 Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ	Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ
Вольфрам	7,2	4,5	Рубидий	3,4	2,1
Калий	3,5	2,2	Серебро	4,7	7,5
Литий	3,7	2,3	Цезий	3,2	2,0
Натрий	4,0	2,5	Цинк	6,4	4,0
Платина	10,1	6,3			

Таблица А8 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
Гига	Г	10^9	деци	д	10^{-1}
Мега	М	10^6	санти	с	10^{-2}
Кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
			микро	мк	10^{-6}
			нано	н	10^{-9}
			пико	п	10^{-12}